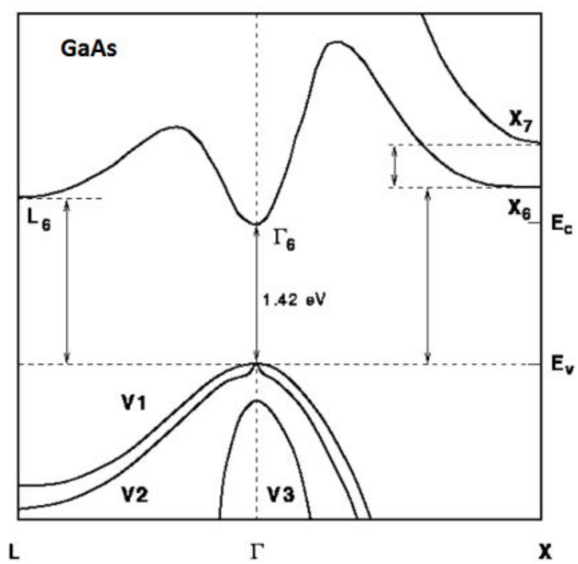
TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
TU Wien - Halbleiterphysik (362.129, 2023W, VU, 3.0h, 4.5ECTS)
Vorlesung: Prof. Alexander Grüneis & Prof. Benedikt Schwarz
Übungsgruppenleitung: Andreas Windischhofer & Johannes Fuchsberger
Übungsdatum: 18.12.2024

Übungsblatt 9

Beispiel 1: Interband-Absorption und LO-Phononen

Galliumarsenid (GaAs) ist ein Halbleiter mit direktem Bandabstand. Die direkte Bandlücke bei Raumtemperatur beträgt $E_G = 1{,}42{,}\mathrm{eV}$.



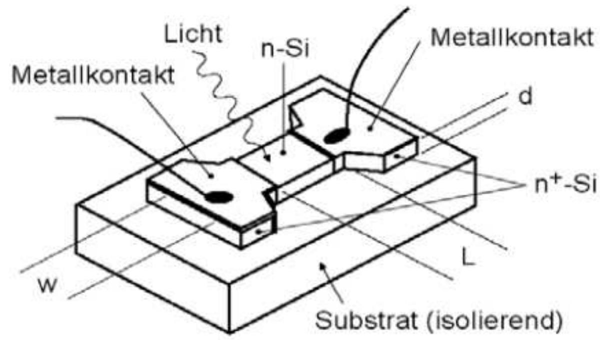
a) Was passiert mit dem Elektron im Valenzband von GaAs, wenn der Halbleiter mit Laserlicht einer Wellenlänge von 775 nm beleuchtet wird?

b) Skizzieren Sie den Weg der Elektronen direkt in die Bandstruktur aus der Abbildung.

c) Während der energetischen Relaxation der Elektronen wird ihre Energie in Form von LO-Phononen abgegeben. Die Energie eines LO-Phonons in GaAs beträgt 36 meV. Wie viele LO-Phononen werden während dieses Prozesses erzeugt?

Beispiel 2: Photoleitungsdetektor

Die Abbildung zeigt die Struktur und Verdrahtung eines Silizium-Photoleitungsdetektors. Das Detektorelement besteht aus n-dotiertem Si ($N_D = 5 \cdot 10^{15}\,\mathrm{cm}^{-3}$). Die Abmessungen sind $w = L = 100\,\mu\mathrm{m}$ und $d = 1\,\mu\mathrm{m}$. Die Beweglichkeit der Elektronen beträgt μ_n=1500 cm^2/Vs, die Beweglichkeit der Löcher ist μ_p=500 cm^2/Vs. Der elektrische Widerstand der n$^+$-Kontaktlagen und der Metallkontakte kann vernachlässigt werden.

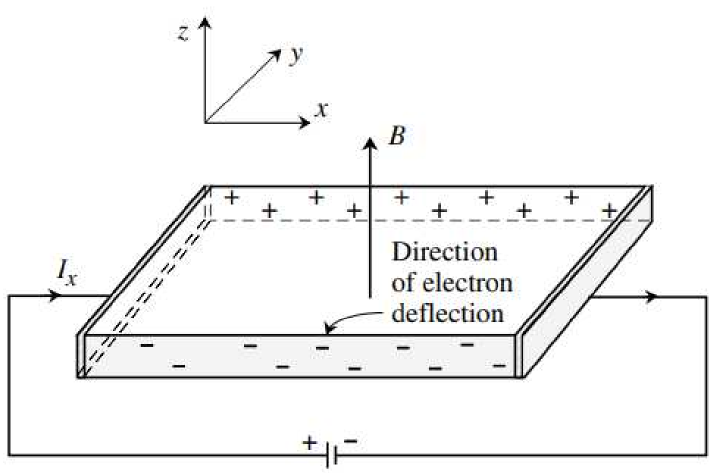


a) Was ist der elektrische Widerstand R des Detektors bei Raumtemperatur ($T = 300\,\mathrm{K}$) ohne Beleuchtung?

b) Das Detektorelement wird homogen mit Licht der Wellenlänge $\lambda = 800\,\mathrm{nm}$ beleuchtet. Die optische Leistung beträgt 0.1 mW. Bei einer Quanteneffizienz von 20% beträgt die Generationsrate $G[\mathrm{s}^{-1}\mathrm{cm}^{-3}]$ $8 \cdot 10^{21}\,\mathrm{s}^{-1}\mathrm{cm}^{-3}$. Die Rekombinationszeit ist $\tau_{rec} = 10\,\mu\mathrm{s}$. Wie groß ist der elektrische Widerstand R des Detektors ($T = 300\,\mathrm{K}$) unter Beleuchtung?

c) Wie sollte der Serienwiderstand R_V gewählt werden, damit die Spannungsschwankung $\Delta U = U_{(keinLicht)} - U_{(mitLicht)}$ am Ausgang des Verstärkers ($V = 1$, Eingangsresistanz $\to \infty$) bei gegebener Beleuchtung maximiert wird?

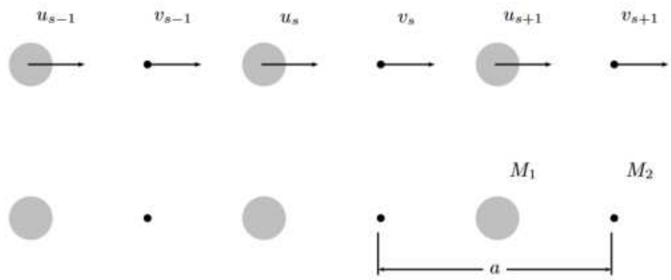
Beispiel 3: Stromtransport - Hall-Effekt



Eine Halbleiterprobe hat die Dimensionen $0.5\,\mathrm{cm} \times 0.25\,\mathrm{cm}$ und ist 0.05 cm dick. Die Probe wird in einem Hall-Sonden-Setup gemessen. Bei einem angelegten elektrischen Feld von 1.0 V/cm fließt ein Strom von 20 mA (durch die lange Seite) in der Probe. Wenn ein 10 kG (1 T) Magnetfeld angelegt wird, wird eine Hall-Spannung von 10 mV gemessen. Wie groß sind die Hall-Mobilität und die Ladungsträgerdichte der Probe?

Beispiel 4: Diatomische Kette, Phonon-Dispersionsbeziehung (advanced)

Betrachten Sie die normalen Moden einer linearen Kette, bei der die Federkonstanten zwischen benachbarten Atomen abwechselnd K und $10K$ sind. Die Massen seien gleich, und der Abstand zwischen benachbarten Atomen sei $a/2$.



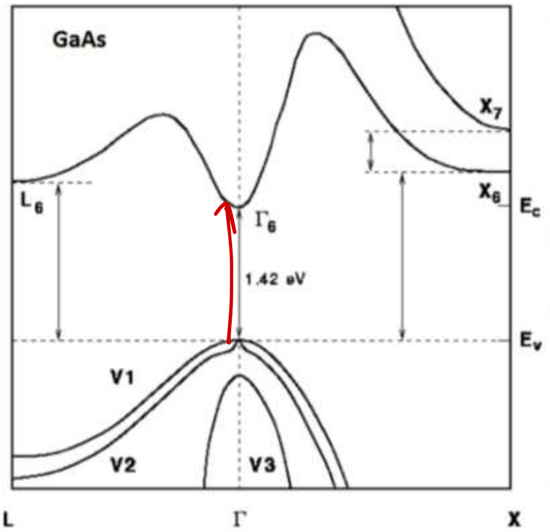
a) Leiten Sie die Dispersionsrelation $\omega(k)$ bei $k = 0$ und $k = \pi/a$ her.

b) Skizzieren Sie die Dispersionsrelation.

c) Vergleichen Sie die in a) und b) berechnete Dispersionsrelation mit der Lösung für die Kette mit identischen Federn. Setzen Sie daher $K_1 = K_2$ und zeichnen Sie die Dispersionsrelation für identische Federn.

Beispiel 1: Interband-Absorption und LO-Phononen

Galliumarsenid (GaAs) ist ein Halbleiter mit direktem Bandabstand. Die direkte Bandlücke bei Raumtemperatur beträgt $E_G = 1{,}42{,}\mathrm{eV}$.



a) Was passiert mit dem Elektron im Valenzband von GaAs, wenn der Halbleiter mit Laserlicht einer Wellenlänge von 775 nm beleuchtet wird?

b) Skizzieren Sie den Weg der Elektronen direkt in die Bandstruktur aus der Abbildung.

c) Während der energetischen Relaxation der Elektronen wird ihre Energie in Form von LO-Phononen abgegeben. Die Energie eines LO-Phonons in GaAs beträgt 36 meV. Wie viele LO-Phononen werden während dieses Prozesses erzeugt?

a) $E = h\frac{c}{\lambda} = 1{,}6\,\mathrm{eV} \Rightarrow$ Absorption

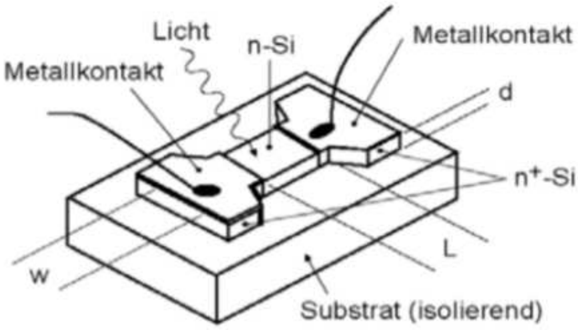
c) $E_{ph} = E - E_g$ Abschnitt im Valenzband wird vernachlässigt

$= 0{,}1798$

$n_{ph} = \left\lfloor \frac{E_{ph}}{36\,\mathrm{meV}} \right\rfloor = 4$ oder 5

Beispiel 2: Photoleitungsdetektor

Die Abbildung zeigt die Struktur und Verdrahtung eines Silizium-Photoleitungsdetektors. Das Detektorelement besteht aus n-dotiertem Si ($N_D = 5 \cdot 10^{15}\,\mathrm{cm}^{-3}$). Die Abmessungen sind $w = L = 100\,\mu\mathrm{m}$ und $d = 1\,\mu\mathrm{m}$. Die Beweglichkeit der Elektronen beträgt μ_n=1500 $\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$, die Beweglichkeit der Löcher ist μ_p=500 $\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$. Der elektrische Widerstand der n^+-Kontaktlagen und der Metallkontakte kann vernachlässigt werden.



a) Was ist der elektrische Widerstand R des Detektors bei Raumtemperatur ($T = 300\,\mathrm{K}$) ohne Beleuchtung?

b) Das Detektorelement wird homogen mit Licht der Wellenlänge $\lambda = 800\,\mathrm{nm}$ beleuchtet. Die optische Leistung beträgt 0.1 mW. Bei einer Quanteneffizienz von 20% beträgt die Generationsrate $G[\mathrm{s}^{-1}\mathrm{cm}^{-3}]$ $8 \cdot 10^{21}\,\mathrm{s}^{-1}\mathrm{cm}^{-3}$. Die Rekombinationszeit ist $\tau_{rec} = 10\,\mu\mathrm{s}$. Wie groß ist der elektrische Widerstand R des Detektors ($T = 300\,\mathrm{K}$) unter Beleuchtung?

c) Wie sollte der Serienwiderstand R_V gewählt werden, damit die Spannungsschwankung $\Delta U = U_{(keinLicht)} - U_{(mitLicht)}$ am Ausgang des Verstärkers ($V = 1$, Eingangsresistanz $\to \infty$) bei gegebener Beleuchtung maximiert wird?

→ R_V so finden, dass ein Minimum entsteht

$$\sigma(\omega = 0) = en\mu_n + ep\mu_p$$

abhängig von p, E, ...

$$n = +\tfrac{1}{2}(N_D - N_A) + \left\{\tfrac{1}{4}(N_D - N_A)^2 + n_i^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$
$$p = -\tfrac{1}{2}(N_D - N_A) + \left\{\tfrac{1}{4}(N_D - N_A)^2 + n_i^2\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

	Si
$E_C - E_V$	1,12 eV
n_i	1,5 10^{10} cm^{-3}

$$n = \frac{1}{2} N_D + \sqrt{\frac{1}{4} N_D^2 + n_i^2} = 5 \; 10^{15} \; cm^{-3}$$

$$p = -\frac{1}{2} N_D + \sqrt{\frac{1}{4} N_D^2 + n_i^2} = 45 \; 10^{3} \; cm^{-3}$$

$$\sigma = e n \mu_n + e p \mu_p = 40{,}0544 \; \frac{S}{m}$$

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot A} = \frac{100\,\mu m}{\sigma \cdot 100\,\mu m \cdot 1\,\mu m} = 24{,}966 \; k\Omega$$

b)

$$D_{\{n,p\}} = \frac{v_{T,\{n,p\}} \lambda_{\{n,p\},0}}{2}$$

$$\lambda = v_T \cdot \tau$$

$$\mu_{\{n,p\}} = \frac{q D_{\{n,p\}}}{k_B T}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - R \qquad \frac{\partial n}{\partial t} = G - R$$

$\rightarrow$ es kommt insgesamt nix raus oder rein?

Bei Generation von e^- entsteht auch Loch

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G - R$$

p… minoritäten

$$R = \frac{p}{\tau}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 = G - \frac{p}{\tau} \qquad p = \tau G$$

$$n = n_{ohne} + p$$

$$\varkappa = 1{,}3218 \ k\frac{S}{m}$$

$$R = \frac{l}{\varkappa \cdot A} = 756{,}547 \ \Omega$$

c)

$$U = \frac{R}{R_V + R} U_V$$

$$U_0 + \Delta U = \frac{R_0 + \Delta R}{R_V + R_0 + \Delta R} U_V \qquad U_0 = \frac{R_0}{R_V + R_0} U_V \qquad \frac{\Delta U}{U_V} = \frac{R_0 + \Delta R}{R_V + R_0 + \Delta R} - \frac{R_0}{R_V + R_0}$$

$$\frac{\Delta U}{U_V} = \frac{\cancel{R_0 R_V} + \cancel{R_0^2} - \cancel{R_0^2} - \cancel{R_0 R_V} - \Delta R\, R_0}{(R_V + R_0 + \Delta R)(R_V + R_0)} + \frac{\Delta R}{R_V + R_0 + \Delta R}$$

$$= \frac{\Delta R\, R_V + \cancel{\Delta R\, R_0} - \cancel{\Delta R\, R_0}}{(R_V + R_0 + \Delta R)(R_V + R_0)}$$

$$= \frac{\Delta R\, R_V}{\Delta R\, R_V + \Delta R\, R_0 + (R_V + R_0)^2}$$

$$= \frac{R_V\, \Delta R}{R_V(\Delta R + R_V + 2R_0) + \Delta R\, R_0 + R_0^2} = \frac{\Delta R}{R_V + \Delta R + 2R_0 + \frac{\Delta R\, R_0 + R_0^2}{R_V}}$$

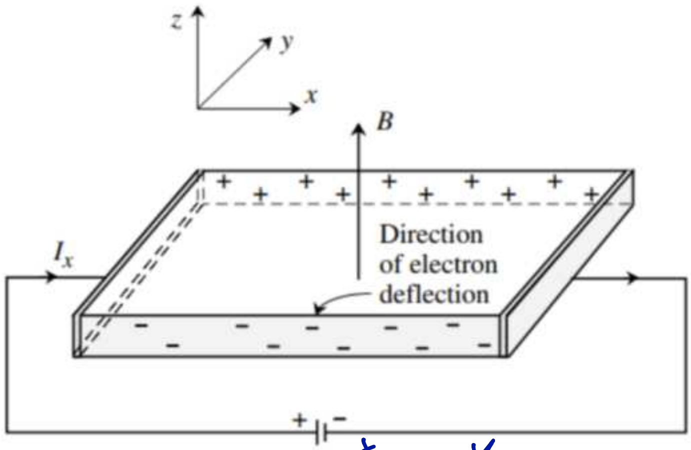
$$\frac{\Delta U}{U_V} = max \Rightarrow \frac{d\frac{\Delta U}{U_V}}{d R_V} = \frac{-\Delta R\left(1 - \frac{\Delta R\, R_0 + R_0^2}{R_V^2}\right)}{(\quad N\quad)^{-2}} \overset{!}{=} 0$$

$$1 = \frac{\Delta R\, R_0 + R_0^2}{R_V^2}$$

$$R_V = \sqrt{\Delta R\, R_0 + R_0^2}$$

$$R_V = 24{,}5965\ k\Omega$$

Beispiel 3: Stromtransport - Hall-Effekt



x y z

Eine Halbleiterprobe hat die Dimensionen 0.5 cm × 0.25 cm und ist 0.05 cm dick. Die Probe wird in einem Hall-Sonden-Setup gemessen. Bei einem angelegten elektrischen Feld von 1.0 V/cm fließt ein Strom von 20 mA (durch die lange Seite) in der Probe. Wenn ein 10 kG (1 T) Magnetfeld angelegt wird, wird eine Hall-Spannung von 10 mV gemessen. Wie groß sind die Hall-Mobilität und die Ladungsträgerdichte der Probe?

$$U_H = -\mu E_x B Y$$

$$\mu = -\frac{U_H}{E_x B Y} = \frac{10\,\mathrm{m}\cancel{\mathrm{V}}}{1\,\frac{\cancel{\mathrm{V}}}{\cancel{\mathrm{cm}}} \cdot 1\,\mathrm{T} \cdot 0{,}25\,\cancel{\mathrm{cm}}} = \frac{10 \quad 10^{-3}\,\mathrm{m}^2}{0{,}25 \quad \mathrm{Vs}} = 400\,\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{Vs}}$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$\frac{\cancel{\ell}}{\sigma A} = \frac{1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{cm}} \cdot \cancel{\ell}}{20\,\mathrm{mA}}$$

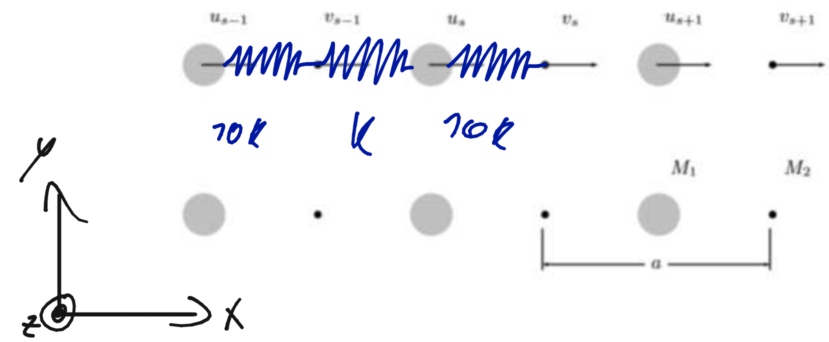
$$\sigma = \frac{20\,\mathrm{mA}}{1\,\frac{\mathrm{V}}{\cancel{\mathrm{cm}}} \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}05\,\mathrm{cm}^{\cancel{2}}} = 16\,\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$$

$\sigma = e\mu(n+p)$ Annahme e^- & Löcher gleich beweglich

$$n+p = \frac{\sigma}{e\mu} = 2{,}4966 \quad 10^{15}\,\frac{1}{\mathrm{cm}^3}$$

Beispiel 4: Diatomische Kette, Phonon-Dispersionsbeziehung (advanced)

Betrachten Sie die normalen Moden einer linearen Kette, bei der die Federkonstanten zwischen benachbarten Atomen abwechselnd K und $10K$ sind. Die Massen seien gleich, und der Abstand zwischen benachbarten Atomen sei $a/2$.



a) Leiten Sie die Dispersionsrelation $\omega(k)$ bei $k = 0$ und $k = \pi/a$ her.

b) Skizzieren Sie die Dispersionsrelation.

c) Vergleichen Sie die in a) und b) berechnete Dispersionsrelation mit der Lösung für die Kette mit identischen Federn. Setzen Sie daher $K_1 = K_2$ und zeichnen Sie die Dispersionsrelation für identische Federn.

Feder: Kraft ist proportional zur Auslenkung:

$$F = -10(u_s - v_s) - K(u_s - v_{s-1})$$

$$M_1 \frac{d^2 u_s}{dt^2} = -10K(u_s - v_s) - K(u_s - v_{s-1})$$

$$M_2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} = -10K(v_s - u_s) - K(v_s - u_{s+1})$$

Ansatz: $u_s = A_1 e^{j(qan - \omega t)}$

$v_s = A_2 e^{j(qan - \omega t)}$

(I)

$$-M_1 \omega^2 A_1 e^{j(qan - \omega t)} = -10K(A_1 - A_2) e^{j(qan - \omega t)} - K\left(A_1 e^{jqan} - A_2 e^{jqa(n-1)}\right) e^{-j\omega t}$$

$$M_1 \omega^2 A_1 e^{jqan} = 10K(A_1 - A_2) e^{jqan} + K(A_1 - A_2 e^{-jqa}) e^{jqan}$$

$$M_1 \omega^2 A_1 = 10K(A_1 - A_2) + K(A_1 - A_2 e^{-jqa})$$

II

$$-M_2 w^2 A_2 e^{j(qan-wt)} = -10k(A_2-A_1)e^{j(qan-wt)} - k(A_2-A_1 e^{jqa})e^{j(qan-wt)}$$

$$M_2 A_2 w^2 = 10k(A_2-A_1) + k(A_2-A_1 e^{jqa})$$

$$A_1(M_1 w^2 - 11k) + A_2(10k + k e^{-jqa}) = 0$$

$$A_2(M_2 w^2 - 11k) + A_1(10k + k e^{jqa}) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} M_1 w^2 - 11k & k(10+e^{-jqa}) \\ k(10+e^{jqa}) & M_2 w^2 - 11k \end{pmatrix} = 0$$

$$(M_1 w^2 - 11k)(M_2 w^2 - 11k) - k^2(10+e^{jqa})(10+e^{-jqa}) = 0$$

$$M_1 M_2 w^4 - M_1 w^2 11k - M_2 w^2 11k + (11k)^2 - k^2(100 + 10e^{jqa} + 10e^{-jqa} + 1) = 0$$

$$w^4(M_1 M_2) - w^2 11k(M_1+M_2) + (11k)^2 - k^2(101 + 20\cos(qa)) = 0$$

$W := w^2$

$$W^2(M_1 M_2) - W\,11k(M_1+M_2) + (11k)^2 - k^2(101 + 20\cos(qa)) = 0$$

$$W_{1/2} = \frac{11k(M_1+M_2) \pm \sqrt{(11k)^2(M_1+M_2)^2 - 4M_1M_2\left((11k)^2 - k^2(101+20\cos(qa))\right)}}{2M_1M_2}$$

$$= \frac{11k(M_1+M_2) \pm \sqrt{(11k)^2\left((M_1+M_2)^2 - 4M_1M_2\right) + k^2(101+20\cos(qa))4M_1M_2}}{2M_1M_2}$$

$$= \frac{11k(M_1+M_2) \pm \sqrt{(11k)^2(M_1-M_2)^2 + k^2(101+20\cos(qa))4M_1M_2}}{2M_1M_2}$$

$$= \frac{11k(M_1+M_2)}{2M_1M_2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{(M_1-M_2)^2}{(M_1+M_2)^2} + \frac{\cancel{k}^4\left(101+20\cos(qa)\right)4M_1M_2}{121\cancel{k}^2(M_1+M_2)^2}}\right)$$

$$\left(e^{j\frac{qa}{2}} - e^{-j\frac{qa}{2}}\right)^2 = e^{jqa} - 2 + e^{-jqa}$$

$$= \frac{11k(M_1+M_2)}{2M_1M_2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{(M_1-M_2)^2}{(M_1+M_2)^2} + \frac{\left(121+10\sin^2\left(\frac{qa}{2}\right)\right)4M_1M_2}{121\,(M_1+M_2)^2}}\right)$$

$$= \frac{11k(M_1+M_2)}{2M_1M_2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{(M_1-M_2)^2 + 4M_1M_2 + \frac{10}{121}\sin^2\left(\frac{qa}{2}\right)4M_1M_2}{(M_1+M_2)^2}}\right)$$

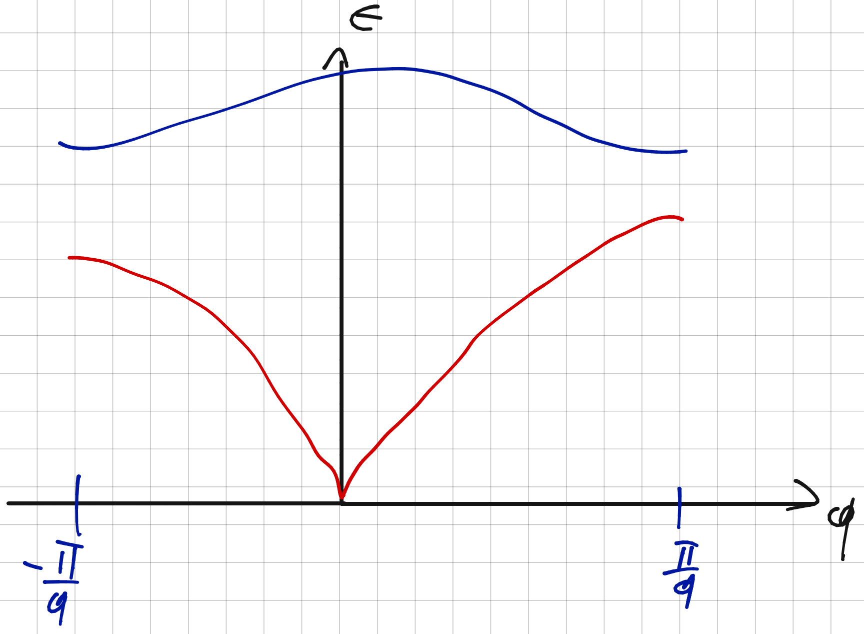
$$= \frac{11k(M_1+M_2)}{2M_1M_2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{M_1^2 + 2M_1M_2 + M_2^2 + \frac{10}{121}4M_1M_2\sin^2\left(\frac{qa}{2}\right)}{(M_1+M_2)^2}}\right)$$

$$= \frac{11k(M_1+M_2)}{2M_1M_2}\left(1 \pm \sqrt{1 + 4\frac{M_1M_2}{(M_1+M_2)^2}\frac{10}{121}\sin^2\left(\frac{qa}{2}\right)}\right)$$

$$\omega(q) = \sqrt{\frac{11k(M_1+M_2)}{2M_1M_2}\left(1 \pm \sqrt{1 + 4\frac{M_1M_2}{(M_1+M_2)^2}\frac{10}{121}\sin^2\left(\frac{qa}{2}\right)}\right)}$$

$$E(q) = \hbar\omega$$

b)



c)

$$k_1=k_2 \Rightarrow \omega(q)=\sqrt{\frac{\cancel{2}k(M_1+M_2)}{\cancel{2}M_1M_2}\left(1\pm\sqrt{1-4\frac{M_1M_2}{(M_1+M_2)^2}\frac{\cancel{k^2}}{4\cancel{k^2}}\sin^2\left(\frac{qa}{2}\right)}\right)}$$